

# Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер 7D31330

1. Для каждого комплексного числа  $a$  найдите геометрическое место точек  $z$  комплексной плоскости таких, что  $|z - \mathbf{i}| + |z + \mathbf{i}| = a$ .
2. В  $n$ -мерном пространстве задана линейно независимая система из  $k$  векторов. Докажите, что эти векторы принадлежат некоторой и притом только одной плоскости размерности  $k - 1$ .
3. Докажите, что множество вещественных чисел вида  $a + b\sqrt{p}$ , где  $a$  и  $b$  — произвольные рациональные числа, а  $p$  — фиксированное простое число, является подполем поля вещественных чисел.
4. Вещественная часть каждого корня комплексного многочлена  $f(x)$  отрицательна. Докажите, что если комплексное число  $z$  удовлетворяет условию  $\operatorname{Re}(z) \geq 0$ , то  $\operatorname{Re}\left(\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > 0$ .